## 第一部分 行列式

**一 主要内容：**

**1．行列式定义**

**，**

**简记作，其中数为行列式的第*i*行、第*j*列元素．**

***n*阶行列式也可定义为**

**，**

**其中为行标排列的逆序数．**

**2． 行列式的性质**

**（１）行列式与它的转置行列式相等．**

**（２）互换行列式的两行（列），行列式变号．**

**特别地，如果行列式有两行（列）完全相同，则此行列式等于零．**

**（３）行列式的某一行（列）中所有元素都乘以同一数*k*，等于用数*k*乘此行列式．**

**特别地，行列式中某一行（列）的所有公因子可以提到行列式符号的外面．**

**（４）行列式中如果有两行（列）元素成比例，则此行列式等于零．**

**（５）若行列式的某一列（行）的元素都是两数之和，例如第*i*列的元素都是两数之和：**

**，**

**则等于下列两个行列式之和：**

**．**

**（６）把行列式的某一列（行）的各元素乘以同一数然后加到另一列（行）对应的元素**

**上去，行列式不变．**

**（７）行列式等于它的任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和，即**

****

**或 ．**

**（８）行列式某一行（列）的元素与另一行（列）的对应元素的代数余子式乘积之和等于零．即**

**， ，**

**或 ， ．**

**3. 行列式的计算方法：**

1. **定义法；**
2. **三角化法；**
3. **递推法；**
4. **加边法；**
5. **公式法；**
6. **数学归纳法；**
7. **拆项法；**
8. **降价法。**

**4、与行列式相关的内容：**

1. **矩阵的秩；**
2. **线性方程组解的存在性；**
3. **向量的线性相关性；**
4. **矩阵的特征值与特征向量。**

**三、例题:**

## （一）、填空题

**例 设为阶方阵，且，为的伴随矩阵，若交换的第1行与第2行得到，则．**

**例 设矩阵，为2阶单位矩阵，矩阵满足，则= 2 ．**

**例 例 已知阶矩阵的特征值为1、2、3， **

**（二）、选择题**

**例 已知四阶行列式，则的值为【 C 】．**

**（其中为行列式D中元素*aij*的代数余子式．）**

**(A) 2； (B) 1； (C) 0； (D) 3．**

**例 .阶方阵，的行列式，是中元素的代数余子式，则**

**=【 (C) 】;**

**(A) -3; (B) 2; (C) 9; (D) 0.**

**例 已知为维列向量，且行列式**

**则行列式【 D 】．**

1. **； 　　 (B) ； (C) ； (D) ．**

**三、解答题**

**例 计算行列式**

**解：**

**例** 设A=(aij)是3阶非零矩阵，为A的行列式，Aij为aij的代数余子式.若aij+Aij=0(i，j=1,2,3），求｜A｜

**解** 从题目条件得知，根据A和它的伴随矩阵之间的关系得知

（1）

再根据公式，两边取行列式解得：

或

而对于A对应的行列式如果为0，由（1）得知与非零阵的条件矛盾。

因此。

【方法总结】：，该公式的使用极为广泛，需要熟练掌握。

**例.证明阶行列式．**

**证：时，，结论成立，**

**又**

**设小于时，结论成立，则**

**于是由数学归纳法知结论成立.**

**例** 计算阶行列式

**解** 按第一行展开得







**例 设阶矩阵 阶矩阵**

**计算行列式 ．**

**解: **

****

**.**

**例 4阶行列式**，求

其中为阶行列式中元素的代数余子式．

**解** 







**例**已知阶矩阵,求．其中为阶行列式中元素的代数余子式．

解 





=





=





=3